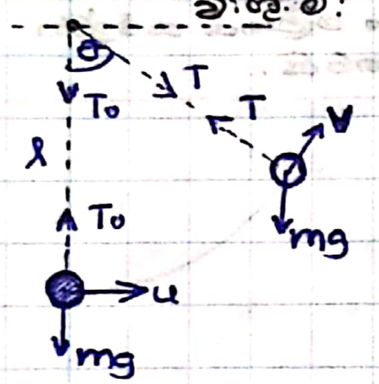
වෘත්ත චලිතය

* ස්කන්ධය m වන අංශුවක් l දිග සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ගැටගසා සිරස් වෘත්ත චලිතයක චලනය කළ අවස්ථාවක් සලකන්න.

වි:ශු:ම:



ශ:සං: නි: යෙදීමෙන්,

$$\frac{1}{2}mu^2 - mgl = \frac{1}{2}mv^2 - mgl\cos\theta$$

$$v^2 = u^2 - 2gl + 2gl\cos\theta$$

↖ $F = ma$ (කේන්ද්‍රය දෙසට)

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{l}$$

$$T = \frac{mg\cos\theta\, l + mu^2 - 2mgl + 2mgl\cos\theta}{l}$$

$$T = \frac{mu^2}{l} + 3mg\cos\theta - 2mg$$

* $V = 0$ ට අනුරූප පිහිටීම සොයමු. $[\theta = \theta_1]$

$$0 = u^2 - 2gl + 2gl\cos\theta_1$$

$$\cos\theta_1 = \frac{2gl - u^2}{2gl}$$

* $T = 0$ ට අනුරූප පිහිටීම සොයමු $[\theta = \theta_2]$

$$0 = \frac{mu^2}{l} + 3mg\cos\theta_2 - 2mg$$

$$\cos\theta_2 = \frac{2gl - u^2}{3gl}$$

i) $u^2 < 2gl$ නම්,

$\cos\theta_1 > 0$ හා $\cos\theta_2 > 0$

$\cos\theta_1 > \cos\theta_2$

$\theta_1 < \theta_2$

∴ තන්තුව බුරුල් වීමට පෙර වේගය ශුන්‍ය වේ.

ii) $u^2 = 2gl$ නම්,

$\cos\theta_1 = 0$ $\cos\theta_2 = 0$

$\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$

∴ සරල අවලම්බයක් ලෙස අර්ධ වෘත්තයක දෝලනය වේ.

Scanned with CamScanner

3) $2gl < u^2 < 5gl$ නම්,

$\cos\theta_1 < 0$ $\cos\theta_2 < 0$

$\cos\theta_2 > \cos\theta_1$

$\theta_2 < \theta_1$

* වේගය ශූන්‍ය වීමට පෙර තන්තුව බුරුල් වන නිසා ප්‍රක්ෂිප්තයක් ලෙසින් චලනය වේ.

4) $u^2 = 5gl$ නම්,

$\cos\theta_1 = -\frac{3}{2}$ $\cos\theta_2 = -1$

ප්‍රායෝගික නොවේ. $\theta_2 = \pi$

$V=0$ සිදු නොවේ.

* $\theta_2 = \pi$ විට $T=0$ වුවද V ශූන්‍ය නොවන නිසා සම්පූර්ණ වෘත්ත චලිතය සම්පූර්ණ කරයි.

5) $u^2 > 5gl$ නම්,

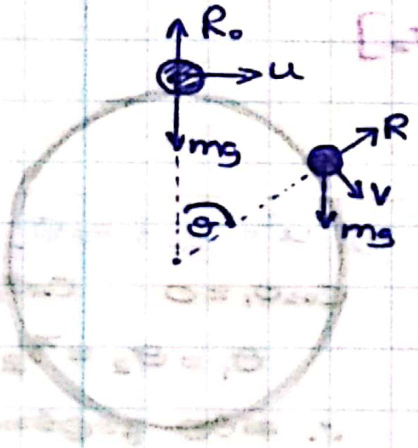
$\cos\theta_1$ හා $\cos\theta_2$ ප්‍රායෝගික නොවේ.

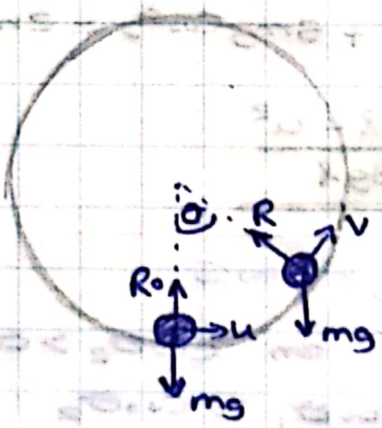
∴ $V=0$ හෝ $T=0$ සිදු නොවේ.

∴ අංශුව වෘත්තාකාර පථය සම්පූර්ණ කරමින් ගමන් කරයි.

පූර්ණ වෘත්ත චලිතය සඳහා අවශ්‍යතාවය

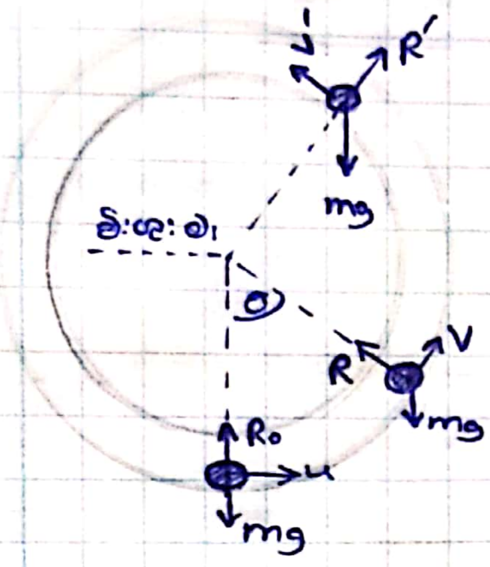
$\theta = \pi$ විට $T \geq 0$ විය යුතුය.





* මෙවැනි ගැටලුවල ඉතා වැදගත් වේ.

ඇති නලයක හෝ සිරස් කම්බි රාමුවක පිළිවෙලින් ආංශුවක හෝ මුද්දක චලිතය



* මෙහිදී චලිතයේ එක්තරා ප්‍රස්ථානයක ආංශුව හා පෘෂ්ඨය අතර ස්පර්ශය නැති වී යා හැක. එවිට අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ ශූන්‍යව පවතී වේ. නමුත් ආංශුවට වෘත්තාකාර පෙත හැරයාමට හැකියාවක් නැත. වේගය ශූන්‍ය වන තුරු චාපක චලිතයේ යෙදේ.

ශ: සං: නි: මගින්,

$$V^2 = u^2 - 2gl + 2gl\cos\theta$$

මෙහි පූර්ණ චාපක චලිතය සඳහා අවශ්‍යතාවය වේගය ශූන්‍ය නොවී පැවතීමයි.

$\cos\theta$ අවම විට, එනම්,

$\theta = \pi$ විට $V \geq 0$ විය යුතුය.

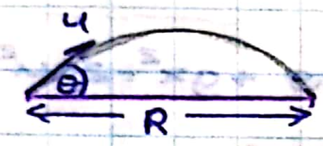
$$\sqrt{u^2 + 2gl\cos\pi - 2gl} \geq 0$$

$$u^2 - 2gl - 2gl \geq 0$$

$$u^2 \geq 4gl$$

Scanned with CamScanner

ප්‍රක්ෂිප්ත



$\uparrow \; s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$t = \dfrac{2u\sin\theta}{g}$

$\rightarrow \; s = ut$

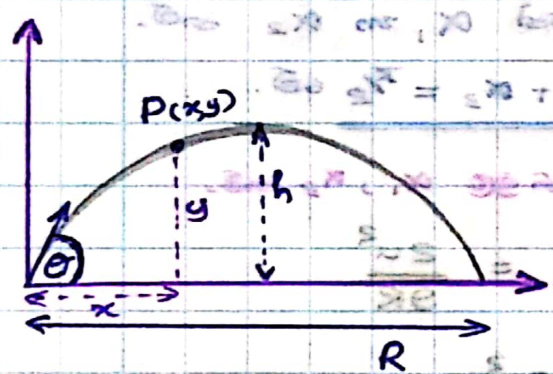
$R = \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g}$

උපරිම තිරස් පරාසය ලබා ගැනීමට,

$\sin 2\theta = 1$ ආදේශ කළ යුතුය.

එවිට $\theta = \pi/4$ වේ.

ප්‍රක්ෂිප්තයක පරාවලයේ සමීකරණය



$\rightarrow \; s = ut$

$t = \dfrac{x}{u\cos\theta}$

$\uparrow \; s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$y = -\dfrac{g\sec^2\theta}{2u^2}x^2 + \tan\theta\, x$

$$0 = \frac{g\sec^2\theta}{2u^2}x^2 - \tan\theta\, x + y$$

මෙමගින් x හි වර්ගජ සමීකරණයක් ලැබේ. එහි මූල වලට අනුව y හි අගය සඳහා x හි පරාස 2 ක් පවතින බව පෙනේ.

$x = R$ ද $y = 0$ ද විට,

$R = \dfrac{u^2}{g}\sin 2\theta$

$y = h$ ද $x = R/2$ විට,

$h = \dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g}$

x හි මූල d_1 හා d_2 නම්,

$d_1 d_2 = \dfrac{2u^2 h\cos^2\theta}{g}$

$d_1 + d_2 = \dfrac{u^2\sin 2\theta}{g} = R$

Scanned with CamScanner

$$y = x\tan\theta - \frac{g\sec^2\theta}{2u^2}x^2$$

$$0 = gx^2\tan^2\theta - 2u^2x\tan\theta + gx^2 + 2yu^2$$

මෙය $\tan\theta$ හි වර්ගජ සමීකරණයකි.

$\Delta_{\tan\theta} \gtreqless 0$ විට මූල මූල 2 කි, මූල 1 යි, මූල නොමැත.

$$0 \gtreqless (-2u^2x)^2 - 4gx^2(gx^2 + 2yu^2)$$

$$u^2 \gtreqless g\left[y + \sqrt{x^2+y^2}\right]$$

මෙයින්

θ සඳහා ලැබෙන මූලයන් α_1 හා α_2 නම්.

$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$ වේ.

$x = R$ හා $y = 0$ විට, $\tan\theta$ හි මූල α_1, α_2 නම්.

$$\tan\alpha_1 + \tan\alpha_2 = \frac{2u^2x}{gx^2} = \frac{2u^2}{gR}$$

$$\tan\alpha_1\tan\alpha_2 = \frac{gx^2 + 2u^2y}{gx^2} = 1 + 0 = 1$$

$$\tan(\alpha_1+\alpha_2) = \frac{\tan\alpha_1 + \tan\alpha_2}{1 - \tan\alpha_1\tan\alpha_2} = \frac{2u^2/gR}{1-1}$$

$$= \infty$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$$

$\rightarrow$ $s = ut$

$x = u\cos\theta\, t$ —— ①

$\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$y + \frac{1}{2}gt^2 = u\sin\theta\, t$ —— ②

①^2 + ②^2

$0 = g^2t^4 + (4gy - 4u^2)t^2 + 4x^2 + 4y^2$

මෙය t^2 හි වර්ගජ සමීකරණයකි

$\Delta_{t^2} > 0$ නම් ප්‍රක්ෂිප්තය [illegible] හැකි කාලයන් 2ක්. ඒවා t_1 හා t_2 නම්.

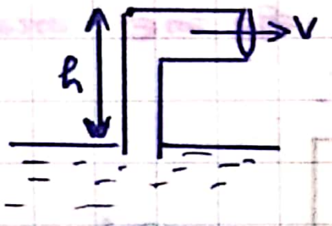
$$t_1^2 + t_2^2 = -\frac{(4gy - 4u^2)}{g^2}$$

$$t_1^2 t_2^2 = \frac{4(x^2+y^2)}{g^2}$$

මෙමගින් $t_1 - t_2$ ද සොයාගත හැක.

කාර්යය, ශක්තිය, ජවය

$$H \; (\text{ජවය}) = F \; (\text{බලය}) \times V \; (\text{ප්‍රවේගය})$$



පොම්පයේ ජවය $= \dot{m}gh + \frac{1}{2}\dot{m}v^2$

$\dot{m} \rightarrow kg\,s^{-1}$

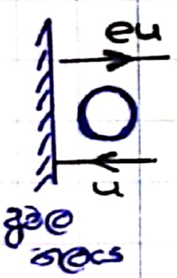
ආවේගය හා ගම්‍යතාවය

ආවේගය (I) = ගම්‍යතා වෙනස (Δmv)

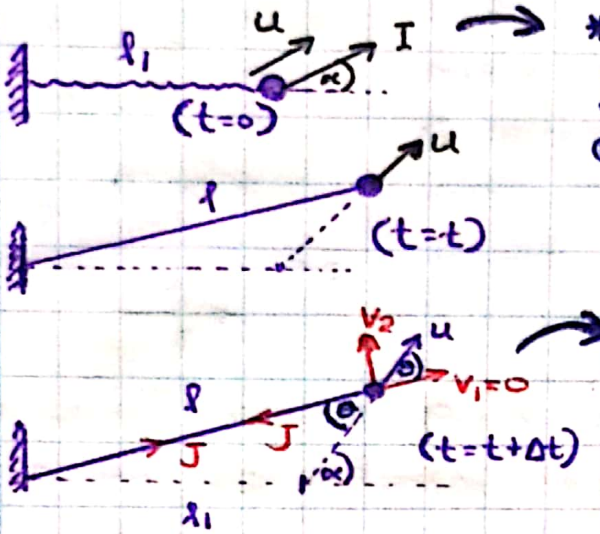
චා: ශ: වෙනස $(\Delta t) = \frac{1}{2} I (v+u)$

→ මෙය වස්තුවෙන් වස්තුවට වෙන වෙනම යොදයි.

ගැටුමට පසු සා: ප්‍රවේගය $= -e$ (ගැටුමට පෙර සා: ප්‍රවේගය)

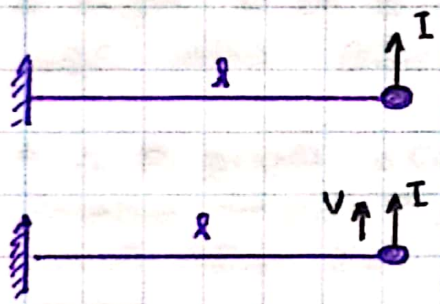


තන්තුවල ආවේගී ආතති

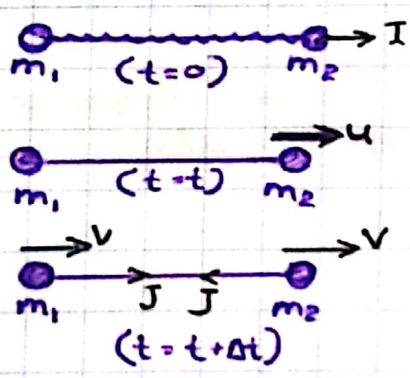


* පළමුව තිස්ලව පවතින දුනු I ආවේගය නිසා u ප්‍රවේගයක් ලැබේ.

* මෙහිදී තන්තුව මත ආවේගය හා ආවේගයට භාජනය වීමට පෙර ප්‍රවේගය අක්ෂයකට ආනත දිශා 2කට ක්‍රියා කරයි. එවැනි අවස්ථාවලදී ද පසු ප්‍රවේගයේ දිශාව නිශ්චිතවම කිව නොහැක. එබැවින් අක්ෂයකට ලම්බක සංරචක 2ක් ලෙස ප්‍රවේගය ලකුණු කර ගත යුතුය.



* I ආවේගය තන්තුවට ලම්බකව නිසා මෙහිදී තන්තුවේ ආවේගී ආතතියක් හට නොගනී.

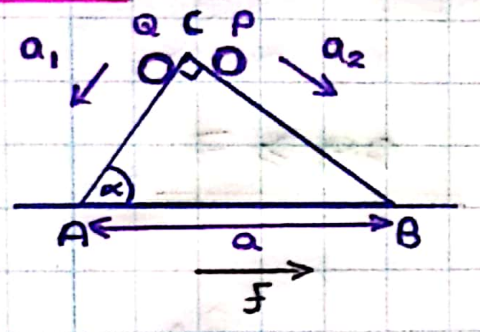


* තන්තුවේ දිගේ එකම දිශාවටම වූ ප්‍රවේග සංරචක සමාන විය යුතුය.

Scanned with CamScanner

චලිතය පිළිබඳ නිව්ටන් නියම

ගැටලු



සමාන ස්කන්ධය m වන අංශු 2 ක් C ඉහලම ලක්ෂ්‍යයේ සිට පහලට සෙමෙන් හරිනු ලැබේ. $\sqrt{\frac{2g}{a}\cot\alpha}$ කාලයෙන් ප්‍රිස්මය නිසලව පවතින බව පෙන්වන්න.

* මෙහිදී පළමුව P ට ↘ වද Q ට ↙ වද පද්ධතිය → වද $F = ma$ දමා සමීකරණ 3 ක් ගත යුතුය.

* එම සමීකරණ 3 මගින් $F = 0$ ලෙස ලැබේ.

* එනම් ප්‍රිස්මය මත අංශු චලිත වන තෙක් ප්‍රිස්මය නිසලව පවතී.

* නමුත් P හා Q අංශු 2න් 1 ක් පළමුව ප්‍රිස්මයෙන් ඉවත් වෙයි. එවිට ප්‍රිස්මයට නිර්බාධයෙන් ප්‍රිස්මය චලිත වේ.

* ∴ P අංශුව $a\cos\alpha$ දුරක් a_2 ත්වරණයෙන් චලිත වීමට ගතවන කාලය t_2 ද Q අංශුව $a\sin\alpha$ දුරක් a_1 ත්වරණයෙන් චලිත වීමට ගත වන කාලය t_1 ද සොයා ගත යුතුය.

* t_1 හා t_2 අතරින් කුඩා කාලය කුමක්දැයි බලා එය t_2 නම් පළමුව P ඉවත් වන නිසා ප්‍රිස්මය නිසලව පවතින්නේ t_2 කාලයකි.

Scanned with CamScanner

ඝර්ෂණය

* වස්තුවක් සමතුලිතව ඇති විට,

$$F \leq \mu R$$

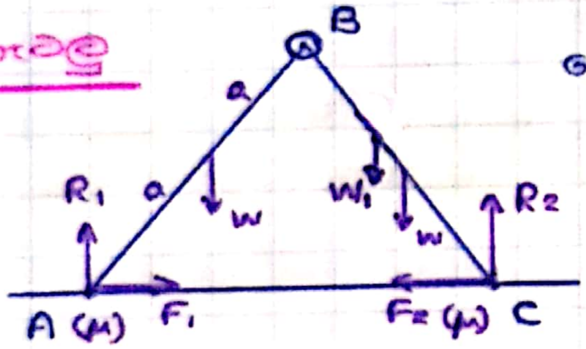
* වස්තුවක් සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇති විට,

$$F = \mu R$$

ඝර්ෂණ කෝණය λ වේ.

$$\tan \lambda = \mu$$

ගැටලු



මෙහිදී පළමුව F_1, F_2, R_1, R_2 බල සොයා ගත යුතුය.

පසුව $R_1 - R_2$ සලකා අගය (+) හෝ (−) බව සොයා ගත යුතුය. එය (+) වේ.

$$R_1 - R_2 > 0$$

$$R_1 > R_2$$

$$\mu R_1 > \mu R_2$$

මෙහිදී ගෝලයේ නිසා $F_1 = F_2 = F$ වේ. ආදේශ කිරීමෙන් ගැටලුව පහසු වේ.

$$F_1 \text{ සීමා: (A)} > F_2 \text{ සීමා: (C)}$$

∴ සීමාකාරී ඝර්ෂණ බලය මුලින් C ලක්ෂ්‍යයේදී පළමුව ළඟාවෙයි. ∴ C ට අනුව,

$F_2 = \mu R_2$ ලිවිය හැක.

Scanned with CamScanner